

۱. گزینه ۳

برای هر دنباله حسابی به صورت x_1 و x_2 و ... و x_n با قدرنسبت d همواره داریم:

$$\begin{cases} \text{مجموع} = \frac{\text{جمله آخر} + \text{جمله اول}}{2} \times \text{تعداد} = \frac{n(x_1 + x_n)}{2} \\ x_n = x_1 + (n-1)d \end{cases}$$

روش پارامتری:

اگر ابتدا مجموع اعداد ۱ تا n را در نظر بگیریم که برابر با x است:

$$x = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} \quad (*)$$

در ادامه می‌توانیم مجموع اعداد فرد بین ۱ تا n را با $\frac{n}{2}$ جمله به صورت زیر محاسبه کنیم.

$$\text{مجموع اعداد فرد} = 1 + 3 + 5 + \dots + n - 1 = \frac{\frac{n}{2}(1 + (n-1))}{2} = \frac{\frac{n^2}{2}}{2} \xrightarrow{\text{رابطه } (*)} \frac{x - \frac{n}{2}}{2}$$

روش عددی:

اگر $n = 6$ در نظر بگیریم و $x = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ ، آن‌گاه:

$$\text{مجموع اعداد فرد} = 1 + 3 + 5 = 9$$

بنابراین گزینه‌ای درست خواهد بود که به ازاء $n = 6$ و $x = 21$ ، مقدار ۹ را بدهد:

$$\text{گزینه ۱: } \frac{x}{2} = \frac{21}{2} \neq 9 \quad \times$$

$$\text{گزینه ۲: } \frac{x + \frac{n}{2}}{2} = \frac{21 + \frac{6}{2}}{2} = 12 \neq 9 \quad \times$$

$$\text{گزینه ۳: } \frac{x - \frac{n}{2}}{2} = \frac{21 - \frac{6}{2}}{2} = 9 \quad \checkmark$$

$$\text{گزینه ۴: } \frac{x}{2} - \frac{n}{2} = \frac{21}{2} - \frac{6}{2} \neq 9 \quad \times$$

۲. گزینه ۴

تحلیل مسأله:

با در نظر گرفتن قضیه اصلی بخش‌پذیری و نتیجه آن به صورت زیر:

قضیه اصلی: هرگاه عدد m بر دو عدد نسبت به هم اول بخش‌پذیر باشد، بر حاصل ضرب آن‌ها نیز بخش‌پذیر است. نتیجه: اگر دو عدد مطرح شده در قضیه اصلی نسبت به هم اول نباشند آنگاه ممکن است عدد m بر حاصل ضرب آن‌ها بخش‌پذیر باشد یا نباشد.

از بین زوج‌های $(2, 12)$ ، $(3, 8)$ و $(4, 6)$ که حاصل‌ضربشان ۲۴ است، فقط $(3, 8)$ نسبت به هم اولند، بنابراین:

$(m \text{ بر } 24 \text{ بخش‌پذیر} \rightarrow m \text{ بر } 8 \text{ و } 3 \text{ بخش‌پذیر})$

دقت کنید!

با در نظر گرفتن موارد فوق و یک نگاه سریع به دو اطلاع، متوجه خواهید شد که هیچ کدام از آن‌ها حتی با هم نیز کافی نیستند اما با اینحال در ادامه به بررسی آن‌ها می‌پردازیم.

این سوال از نوع «بله یا خیر» بوده و در نتیجه اطلاعی کافی خواهد بود که بتواند به یکی از جواب‌های «بله» یا «خیر» به طور قاطع برسد، به عبارت بهتر در این سوال:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اطلاع کافی است} \rightarrow \text{بله} \rightarrow (m \text{ بر } 3 \text{ و } 8 \text{ بخش پذیر است}). \text{ یا } (m \text{ بر } 24 \text{ بخش پذیر است}). \\ \text{اطلاع کافی است} \rightarrow \text{خیر} \rightarrow (m \text{ بر } 3 \text{ یا } 8 \text{ بخش پذیر نیست}). \text{ یا } (m \text{ بر } 24 \text{ بخش پذیر نیست}). \end{array} \right.$$

ارزیابی اطلاعات:

✖ اطلاع (I) به تنهایی کافی نیست، زیرا با در نظر گرفتن آن:

m بر ۲، ۳ و ۶ بخش پذیر است $\rightarrow m = 6q \rightarrow m$ مضربی از ۶ است

فقط مشخص می‌شود که m بر ۲، ۳ و ۶ بخش پذیر است اما درباره‌ی بخش پذیری یا عدم بخش پذیری آن بر ۸ و در نهایت ۲۴ هیچ اطلاعی نمی‌دهد.

✖ اطلاع (II) به تنهایی کافی نیست، زیرا با استفاده از آن:

$$m \text{ بر } 2 \text{ و } 4 \text{ بخش پذیر است} \rightarrow \begin{cases} m=4q' \\ q' \in \mathbb{Z} \end{cases} \rightarrow m \text{ مضربی از } 4 \text{ است}$$

فقط مشخص می‌شود که m بر ۲ و ۴ بخش پذیر است اما درباره بخش پذیری یا عدم بخش پذیری آن بر ۳ و ۸ و در نهایت ۲۴ هیچ اطلاعی نمی‌دهد.

✖ هر دو اطلاع با هم نیز کافی نیستند چرا که به کمک آن‌ها با هم:

$$\left\{ \begin{array}{l} (I) \rightarrow m \text{ بر } 12 \text{ بخش پذیر} \rightarrow (3,4) \text{ نسبت به هم اول} \\ (II) \rightarrow m \text{ بر } 2 \text{ و } 4 \text{ بخش پذیر} \end{array} \right.$$

تنها مشخص می‌شود که m بر ۱۲ بخش پذیر است اما هیچ گونه اطلاعی از بخش پذیری یا عدم بخش پذیری آن بر ۲۴ وجود ندارد.

۳. گزینه ۴

تحلیل مسأله:

ابتدا دقت می‌کنیم که:

$$(x+y \text{ بر } x-y) \leftrightarrow \frac{x+y}{x-y} \in \mathbb{Z}$$

به عبارت بهتر در صورتی که $x+y$ بر $x-y$ بخش پذیر باشد، آنگاه $\frac{x+y}{x-y}$ عددی صحیح بوده و بالعکس. این سوال از نوع

«بله یا خیر» است بنابراین اطلاعی کافی خواهد بود که بتواند به یکی از جواب‌های «بله» یا «خیر» به طور قاطع برسد، به عبارت بهتر در این سوال:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اطلاع کافی است} \rightarrow \text{بله} \rightarrow (x+y \text{ بر } x-y \text{ بخش پذیر است}). \text{ یا } \left(\frac{x+y}{x-y} \in \mathbb{Z} \right) \\ \text{اطلاع کافی است} \rightarrow \text{خیر} \rightarrow (x+y \text{ بر } x-y \text{ بخش پذیر نیست}). \text{ یا } \left(\frac{x+y}{x-y} \notin \mathbb{Z} \right) \end{array} \right.$$

ارزیابی اطلاعات:

✖ اطلاع (I) به تنهایی کافی نیست، زیرا با استفاده از دو مثال زیر می‌توان نشان داد که این اطلاع نمی‌تواند به طور قاطع مشخص کند که آیا $x+y$ بر $x-y$ بخش پذیر است یا خیر.

x	y	$\frac{x+y}{x-y}$
۱۲	۴	$\frac{16}{8} \in \mathbb{Z}$
۱۲	۳	$\frac{15}{9} \notin \mathbb{Z}$

$\rightarrow (x+y \text{ بر } x-y \text{ بخش پذیر است})$
 $\rightarrow (x+y \text{ بر } x-y \text{ بخش پذیر نیست})$

همانطور که دیده می‌شود با توجه به این اطلاع، جمله‌ی $\frac{x+y}{x-y}$ به ازاء $(x=12, y=4)$ عددی صحیح و به ازاء $(x=12, y=3)$ عددی غیر صحیح است بنابراین نمی‌تواند به یک جواب «بله» یا «خیر» به طور قاطع برسد.

✖ اطلاع (II) به تنهایی کافی نیست، زیرا از همان مثال در اطلاع (I) می‌توان استفاده کرد و کافی نبودن این اطلاع را نشان داد:

$$\text{مثال اطلاع (I)} \rightarrow \text{به طور مثال } x \text{ دو برابر } y \text{ نیست: (II)}$$

✖ هر دو اطلاع با هم نیز کافی نیستند، چرا که باز هم می‌توان از مثال اطلاع (I) استفاده کرده و نشان داد که هر دو اطلاع با هم نیز کافی نیستند.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{مثال اطلاع (I)} \xrightarrow{\text{به طور مثال}} X \text{ بر } Y \text{ بخش پذیر است : (I)} \\ \text{X دو برابر } Y \text{ نیست : (II)} \end{array} \right.$$

دقت کنید!

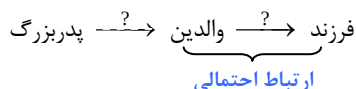
اگر در اطلاع (II) بیان می‌شد: «X دو برابر Y است» آنگاه:

$$\frac{x+y}{x-y} \xrightarrow{x \text{ دو برابر } y \text{ است } (x=2y)} \frac{2y+y}{2y-y} = 3 \in \mathbb{Z} \rightarrow x+y \text{ بر } x-y \text{ بخش پذیر است}$$

مشخص می‌شد که $x+y$ بر $x-y$ بخش پذیر است در نتیجه به یک جواب «بله» به طور قاطع می‌رسیدیم و اطلاع (II) به تنهایی کافی بود و جواب گزینه ۱ می‌شد.

۴. گزینه ۴

گزینه ۱: شاید بسیاری از داوطلبین در ابتدا این گزینه را انتخاب کنند، اما براساس بحث تمام ارتباطات مطرح شده به صورت احتمالی هستند بنابراین به هیچ وجه قابل تعمیم نیستند.



گزینه ۲: براساس متن، احتمال ابتلا به آلزایمر از والدین به فرزند است نه از فرزند به والدین.

گزینه ۳: تشخیص به موقع و تاثیر آن بر زندگی آئی فرد خارج از محدوده بحث است.

گزینه ۴: از آنجاکه ابتلای هر یک از والدین احتمال یا خطر ابتلای فرزند را افزایش می‌دهد، بنابراین می‌توانیم عوامل ژنتیکی را تا اندازه‌ای در احتمال ابتلا به بیماری موثر بدانیم.

۵. گزینه ۴

گزینه ۱: اطلاعات جدید، تاثیر میزان انطباق مضامین فیلمها بر روی میزان فروش آنها، اطلاعاتی جدیدی است که هیچ اشاره‌ای به آن نشده است.

گزینه ۲: تعمیم افراطی و اطلاعات جدید، تعریف سینمای با ارزش و اصیل، همچنین محدود کردن آن به حس مسئولیت اجتماعی، اطلاعاتی جدیدی است که هیچ اشاره‌ای در متن به آن نشده است. درعین حال استفاده از کلمه «تنها» به گونه‌ای اغراق آمیز در این گزینه باعث نادرستی آن می‌شود.

گزینه ۳: اطلاعات جدید، هیچگونه اطلاعاتی درخصوص رسالت سینماگر برای ارتقای آگاهی اجتماعی مردم در متن وجود ندارد.

گزینه ۴: **پاسخ درست-** از آنجاکه مضامین فیلم های هر دوره، بازتاب شرایط اجتماعی حاکم در آن دوره است می‌توان اینگونه برداشت کرد که با بررسی فیلم های هر دوره، می‌توان به شکل و نوع جامعه در آن دوره پی برد.